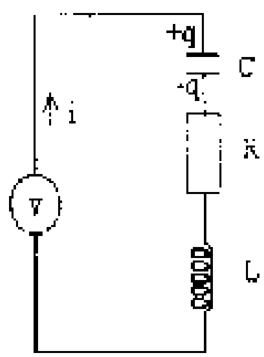
Tentamen Golven en Optica (20/3/97, 9.30-12.30)

Begin iedere opgave op een apart vel papier en zet daarop je naam. Vermeld op het eerste vel je naam, geboortedatum, studentnummer, studierichting, eerste jaar van inschrijving, adres met postcode, en het aantal ingeleverde bladen.

Vraagstukken 1 en 2 gelden als AN3a, uitsluitend voor ouderejaars die AN3b al gehaald hebben (vermeld dan 'AN3a' op het eerste vel); vraagstukken 3, 4 en 5 gelden als AN3b, uitsluitend voor ouderejaars die AN3a al gehaald hebben (vermeld dan 'AN3b' op het eerste vel); alle overigen kunnen uitsluitend een ongedeeld tentamen (vraagstukken 1 t/m 5) doen.
(Tentamentijd voor iedereen 9.30-12.30; puntenverdeling: 1=20[3+5+3+5+4], 2=20[5+5+5+5], 3=8[4+4], 4=12[4+4+4], 5=20[5+5+5+5])

Vraagstuk 1

Gegeven is een electrisch circuit met een condensator met capaciteit C, een weerstand R en een spoel met zelfinductie L (zie afbeelding). Dit circuit wordt aangedreven door een wisselspanningsbron met spanning $V = V_0 \cdot \cos \omega t$, waarin ω de hoekfrequentie.



a. Stel de differentiaalvergelijking op voor de lading q op de condensatorplaten.

b. Stel $q(t) = A(\omega)\cos(\omega t + \alpha)$. Leid nu uit a de vergelijking af voor de amplitude $A(\omega)$. Maak hiervan een schets. Bereken de maximale amplitude A_{max}, en de bijbehorende frequentie, ω_{max}. Geef deze frequentie duidelijk aan in de schets.

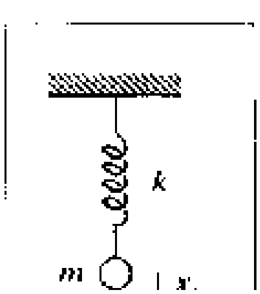
c. Bereken de resonantiefrequentie ω_0 van het circuit als R=0.

d. Bereken de kwaliteitsfactor Q voor dit circuit, druk A_{max} en ω_{max} uit in Q en ω_0, en geef een fysische interpretatie van Q.

e. Beschrijf de energiehuishouding van het systeem en de rol die de diverse componenten daarin spelen.

Vraagstuk 2

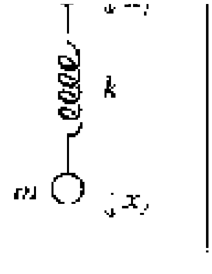
Beschouw vertikale bewegingen in een hangend systeem van twee massa's m en twee massaloze veren met veerkonstante k (zie afbeelding). Beschouw de uitwijkingen x_1 en x_2 t.o.v. de evenwichtstoestand.



a. Stel voor elk van de massa's de bewegingsvergelijking op.

b. Bereken de beide eigenfrequenties van dit systeem.

c. Laat zien dat de verhouding van de amplitudes van de onderste en de bovenste massa in de eerste (langzame) eigentrilling $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \approx 1.618$

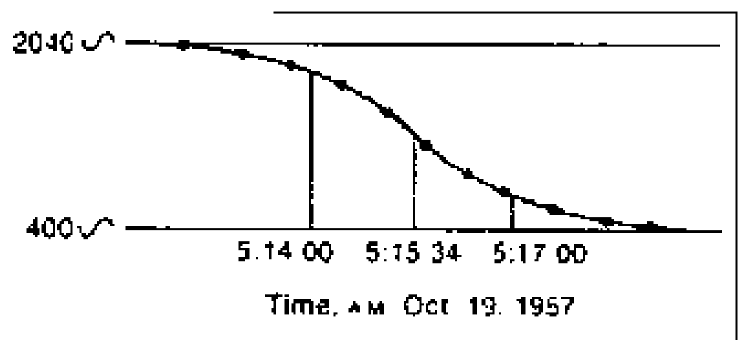


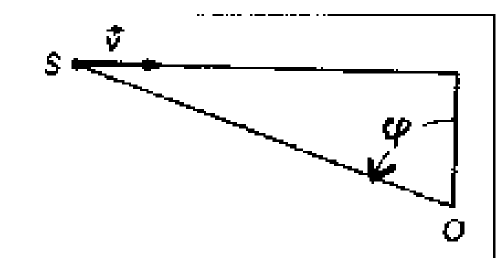
en in de tweede (snelle) eigentrilling $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5}\approx -0.618$ is.

d. Bereken de verhouding van de potentiële energie van de onderste en de bovenste *veer* in elk van de beide eigentrillingen (definieer de evenwichtstoestand als het nulpunt van de potentiële energie).

Vraagstuk 3

Op 19 oktober 1957 ontving men op de Caltech universiteit in de Verenigde Staten het signaal van de eerste satelliet, de Spoetnik I. Het signaal zag er uit als in de linker figuur. Bij de frequentie die op de x as staat moet nog 40 MHz bijgeteld worden (de frequentie lag dus tussen 40.10^6+400 Hz en 40.10^6+2040 Hz). Omdat de satelliet in een zeer lage baan om de aarde draaide, mag de baan in benadering als een rechte lijn worden opgevat t.o.v. de observator O op het aardoppervlak (zie rechter figuur). S is de satelliet, v is de snelheid, φ de hoek waaronder de satelliet op een bepaald moment wordt waargenomen. Ga uit van de rechter figuur en de Doppler formule $f' = f_0/(1+u/c)$, met f_0 de uitgezonden frequentie, f' de waargenomen frequentie, u de snelheid van de waarnemer af, en c de lichtsnelheid.



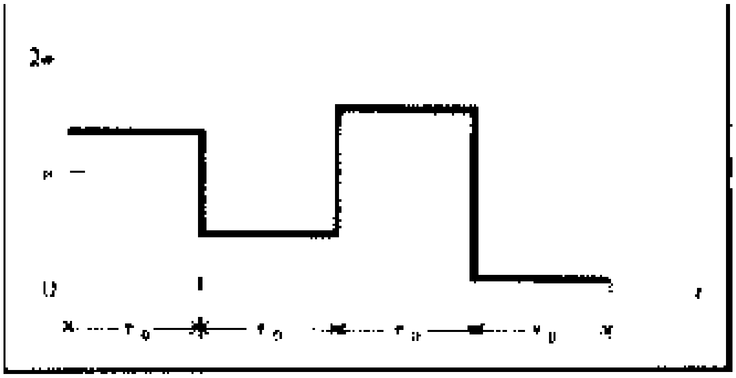


a. Met welke frequentie werd het signaal uitgezonden?
b. Wat was de snelheid van de Spoetnik die morgen?

Vraagstuk 4

Een quasimonochromatische bron heeft de volgende eigenschappen: het electromagnetisch signaal oscilleert sinusoidaal, maar om de seconde (τ_0 1 s) verandert de fase. **De faseverandering is willekeurig.** Voor de uitgezonden golf kun je dus schrijven:
$E(t) = E_0 e^{i\omega t} e^{i\phi(t)}$, waarbij $\phi(t)$ gegeven wordt door de figuur. Neem E_0 gelijk aan 1.

De bundel wordt gesplitst in twee bundels met dezelfde intensiteit en die ondergaan daarna interferentie in een punt P. Het



weglengteverschil tussen de twee bundels tot het punt P, uitgedrukt in tijd, is 0.25 s (τ=0.25).

a. Geef de algemene uitdrukking voor de graad van partiele coherentie, $\gamma_{12}(\tau)$, in het interferentiepunt P, en geef vervolgens een uitdukking voor γ_{12} voor het bovenstaande geval, in termen van $\phi(t)-\phi(t-\tau)$

b. Schets $\phi(t)-\phi(t-\tau)$ als functie van t en bereken $|\gamma_{12}(\tau)|$. Wat kun je zeggen over de coherentie?

c. Wat gebeurt er als het weglengteverschil uitgedrukt in tijd 1.25 s is i.p.v. 0.25 s?

Vraagstuk 5

a. Een apertuur g wordt belicht met een invallende vlakke golf met golflengte λ, en een lens met een brandpuntsafstand L beeldt het resulterende diffractiepatroon af, waarvan de amplitude door een functie U wordt gegeven. Geef de Fraunhoferbenadering van de Fresnell-Kirchhoff formule voor diffractie, en leid hieruit af dat U de Fouriertransformatie van g is: $U(\mu,\nu)=\iint g(x,y)e^{i(\mu x+\nu y)}dxdy$ (1).

b. Bereken met behulp van (1) zowel de amplitude als de intensiteit van het Fraunhofer diffactiepatroon van een rechthoekige apertuur, gecentreerd rond de oorsprong, met zijden a in de x-richting en b in de y-richting.

c. In de apertuur wordt nu een filter gezet, dat de amplitude van het licht moduleert als $0.5\cos(\pi x/a)(1+\cos(2\pi y/b))$. Bereken de amplitude van het Fraunhofer diffractiepatroon.

d. De techniek gebruikt bij c heet apodisatie. Wat is het effect hiervan, en voor welk doel wordt dit gebruikt?